

בחינת טרימסטר א' במתמטיקה

הנהיית לנבחן

- א. משך הבחינה 3 שעות. אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של הבחינה.
יש לרשום מהי כיתת האם על המחברת.
ב. יש לפתור את כל השאלות.
ג. מותר להשתמש בדפי הנוסחאות המצורפים בלבד.
ד. בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן.
ה. כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות - חייבת הוכחה.
ו. כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה.

שאלה 1 - 8%

- 4% א. בטרפז שווה שוקיים $ABCD$ ($BC \parallel AD$) מחברים את אמצעי הבסיסים $N \in BC$ ו- $Q \in DA$. הוכח כי קטע NQ מאונק לבסיסי הטרפז.
4% ב. אורך הגובה בטרפז שווה שוקיים הוא 3 ואורכם של הבסיסים 9 ו-1. האם ניתן לחסום מעגל בטרפז?

שאלה 2 - 12%

- במשולש ABC : $K \in BC$, $BK = 3$, $KC = 9$, $L \in AC$, $LC = 10$, $AL = 4$, $O = AK \cap BL$, $F \in BC$, $AC \parallel OF$. מצא את אורך הקטע KF .

שאלה 3 - 12%

$$\text{פתור: } \frac{7-3x+\sqrt{x^2+3x-4}}{x-3} < -1$$

שאלה 4 - 12%

- עבור אילו ערכים של m יש למשוואה $x^2 + 2(1+m)x + 2m - 5 = 0$ שני שורשים ממשיים שונים שסכומם שלילי וסכום ריבועיהם גדול מ-6?

שאלה 5 - 14%

- 4% א. סמן במישור את כל הנקודות (x, y) המקיימות: 1.א $y = |x - 2|$ 2.א $x = |y - 7|$
10% ב. עבור אילו ערכים של m למערכת משוואות $\begin{cases} y = |x - 2m + 2| \\ x = |y - m + 2| \end{cases}$ יש אינסוף פתרונות?

שאלה 6 - 14%

- 8% א. צייר רשומת (סקיצה) של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{2|x-1|-3}{|x-1|-2}$
6% ב. הוכח ע"י שיטה גרפית כי למשוואה $\frac{|2|x-1|-3|}{||x-1|-2|} = \log_2 |x|$ יש 4 פתרונות. כמה מתוך ארבעת הפתרונות האלח נמצאים בקטע $(-\infty, -4)$?

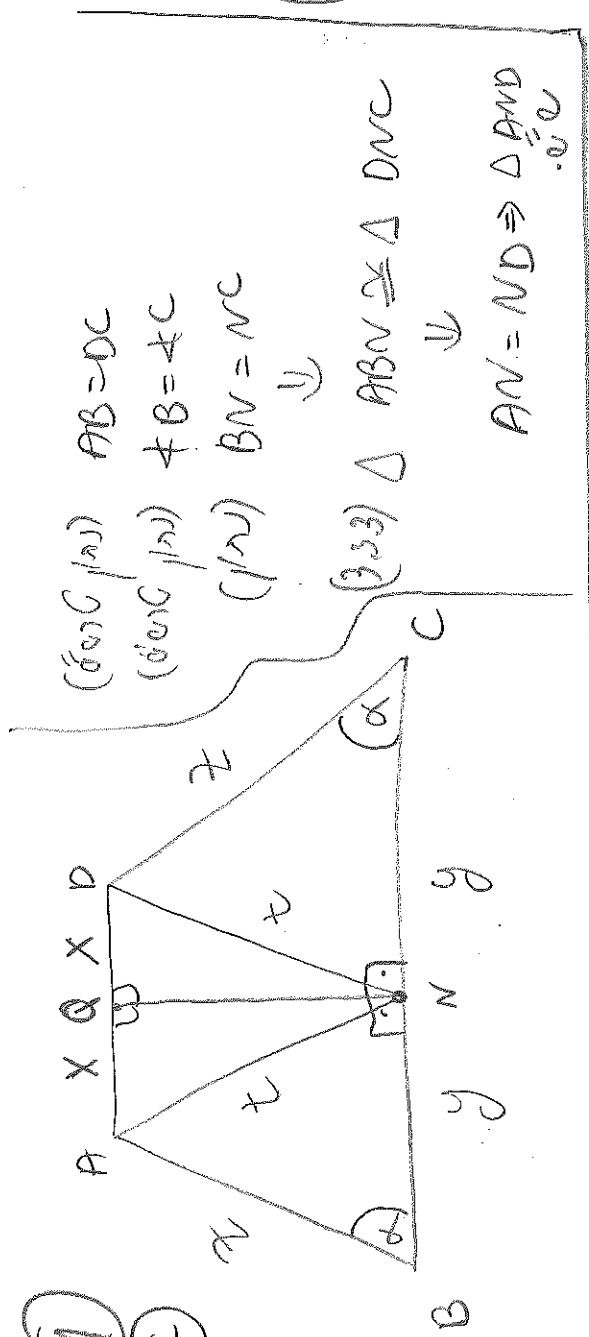
שאלה 7 - 14%

$$\text{פתור: } \log_{|x-2|}(9^x - 4^x) \leq \log_{|x-2|}(3^x + 2^x) + \log_{|x-2|}(3^{x-2} + 2^x)$$

שאלה 8 - 14%

- 4% א. הוכח: שני מיתרים הנחתכים במעגל מחלקים זה את זה כך שמכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
10% ב. במשולש ABC : $AB = a$. K אמצע AC , N אמצע AB , L אמצע BC , M נקודת החיתוך של תיכונים. נתון שנקודות L, M, K, C נמצאות על מעגל אחד. $E = KL \cap CN$. הוכח כי $EM = \frac{1}{6}CN$. ומצא את אורך התיכון CN .

①
②



(cong) $AB=DC$

(cong) $\angle B = \angle C$

(12) $BN=NC$

(33) $\Delta ABN \cong \Delta DNC$

$AN=ND \Rightarrow \Delta AND$
is eq

$AQ=QD$ (12)

\Downarrow

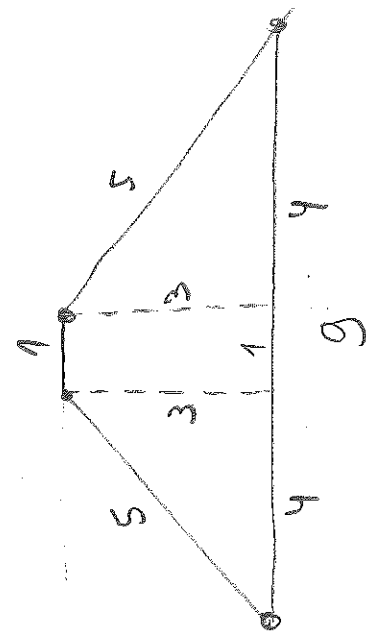
$NQ \perp AD$ (12) \Rightarrow $NQ \perp AD$
is eq

(cong)

\Downarrow

$NQ \perp BC$ (cong)

②



$1+9 = 10$

$10 = 10$

\Downarrow

cong

cong

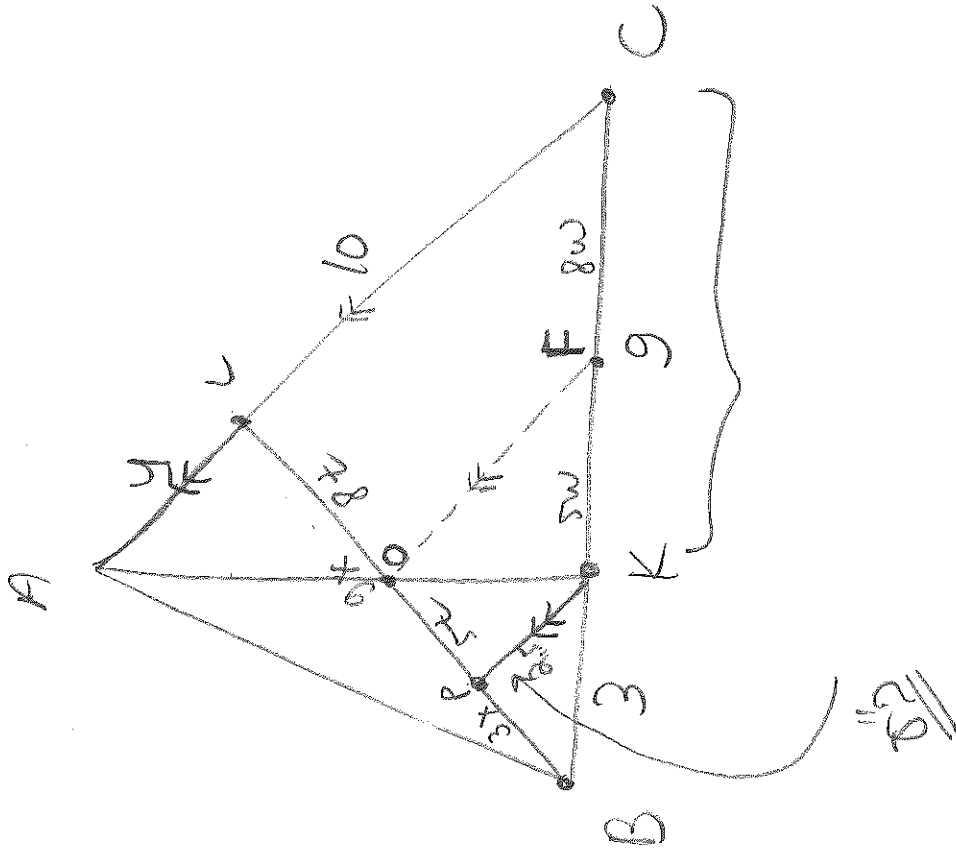
is eq

(cong)

2

PK || LC
10ft

AK || PK



$$\frac{3}{12} = \frac{PK}{10} \quad \left| \quad \frac{2.5}{4} = \frac{PO}{OL} \right.$$

$$2.5 = PK \quad \left| \quad \frac{2.5}{4.0} = \frac{PO}{OL} \Rightarrow \begin{matrix} PO = 5t \\ OL = 8t \end{matrix} \right.$$

PHI OF || LC

g
5t: 8t
5+8=13

$$\frac{9}{13} \Rightarrow KF = \frac{5.9}{13} = \frac{45}{13}$$

3

$$\frac{7-3x + \sqrt{x^2+3x-4}}{x-3} < -1$$

$$\frac{7-3x + \sqrt{x^2+3x-4}}{x-3} < 0$$

$$\frac{4-2x + \sqrt{x^2+3x-4}}{x-3} < 0$$

$$\sqrt{x^2+3x-4} = 2x-4$$

$$x^2+3x-4 = 4x^2-16x+16$$

$$3x^2-19x+20 = 0$$

$$3x^2-15x-4x+20 = 0$$

$$3x(x-5)-4(x-5) = 0$$

$$(x-5)(3x-4) = 0$$

$$x = 5$$

$$x = \frac{4}{3}$$

(G.M.)
A.P.)

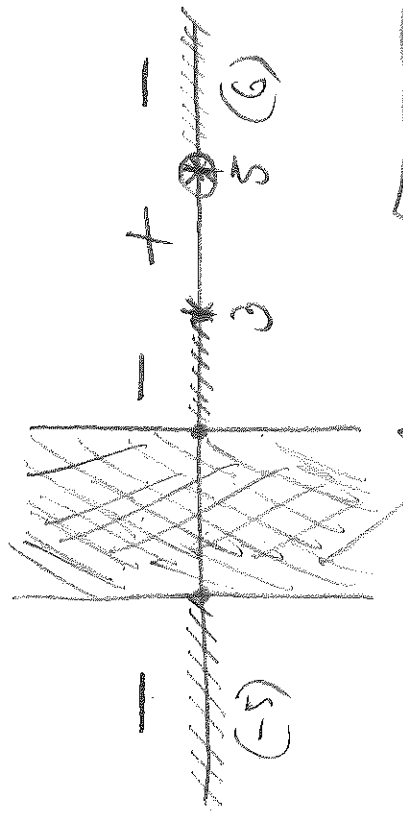
$$x^2+3x-4 \geq 0$$

$$(x+4)(x-1) \geq 0$$

$$\frac{+}{-4} \quad \frac{-}{1} \quad \frac{+}{+}$$

$$x \neq 3$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -4 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x > 5 \\ 1 \leq x < 3 \\ x \leq -4 \end{cases}$$

$$4-12 + \sqrt{36+18-4}$$

5

$$x^2 + 2(1+m)x + 2m-5 = 0$$

$$\Delta > 0$$

$$4(1+m)^2 - 4(2m-5) > 0$$

$$1 + 2m + m^2 - 2m + 5 > 0$$

$$m^2 + 6 > 0$$

f m

$$x_1 + x_2 < 0$$

$$-2(1+m) < 0$$

$$1+m > 0$$

$$m > -1$$

$$m > -1$$

$$x_1^2 + x_2^2$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 > 6$$

$$4(1+m)^2 - 2(2m-5) > 6 \quad / : 2$$

$$2(1+m)^2 - 2m + 5 - 3 > 0$$

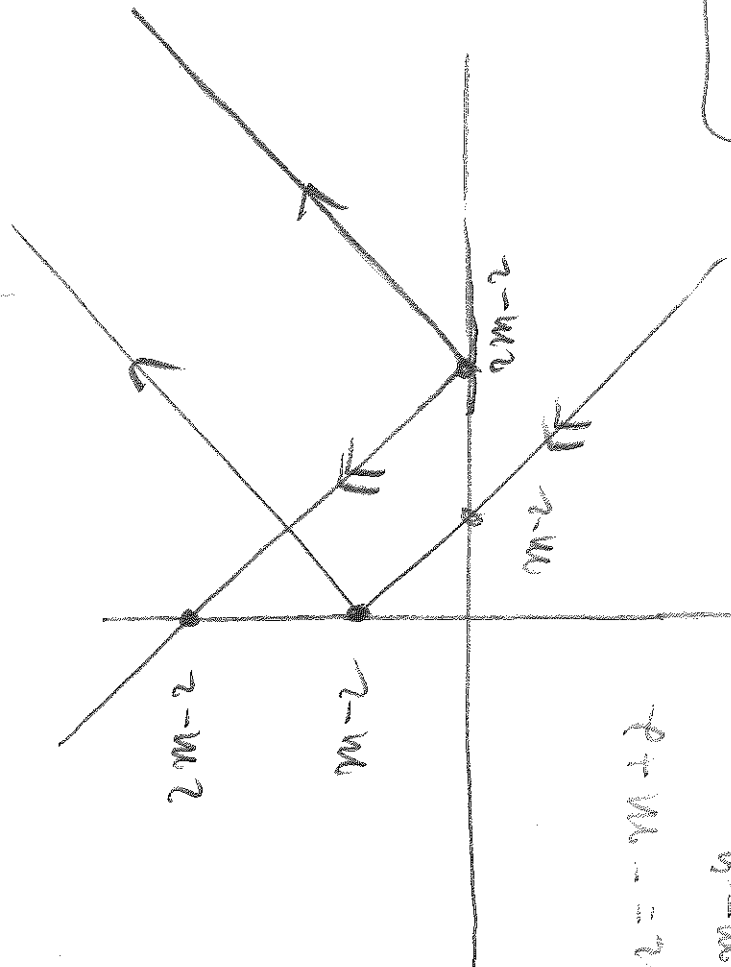
$$2m^2 + 4m + 2 - 2m + 5 - 3 > 0$$

$$2m^2 + 2m + 4 > 0$$

$$m^2 + m + 2 > 0$$

f m

$$M = \frac{g}{3}$$



$$2m-2 = m+2$$

$$3m = 4 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$M = \frac{g}{3}$$

$$+ \frac{g}{3}$$

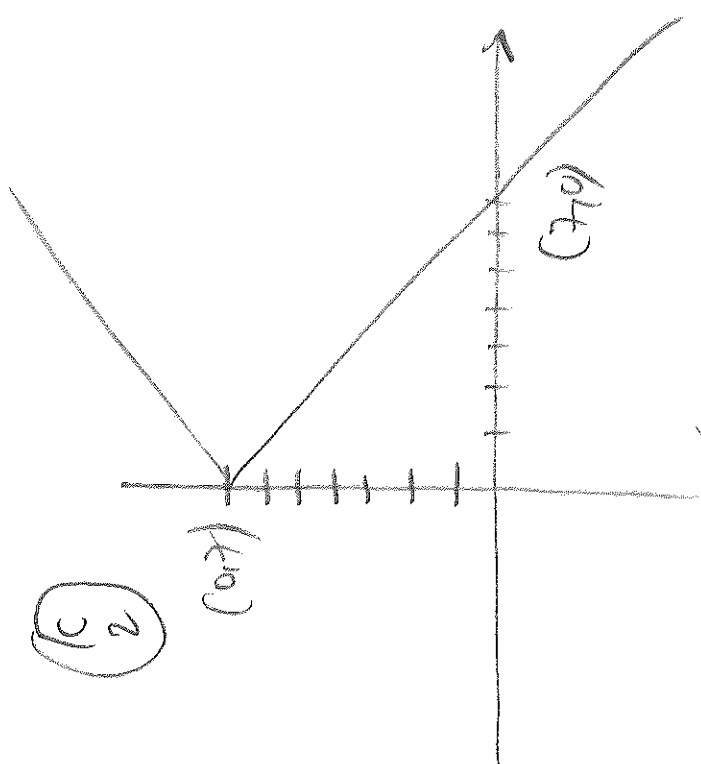
$$|2-m| = |2-m|$$

$$2-m = 2-m$$

$$0 = 0$$

$$y = |x - (2m-2)| = \hat{g}$$

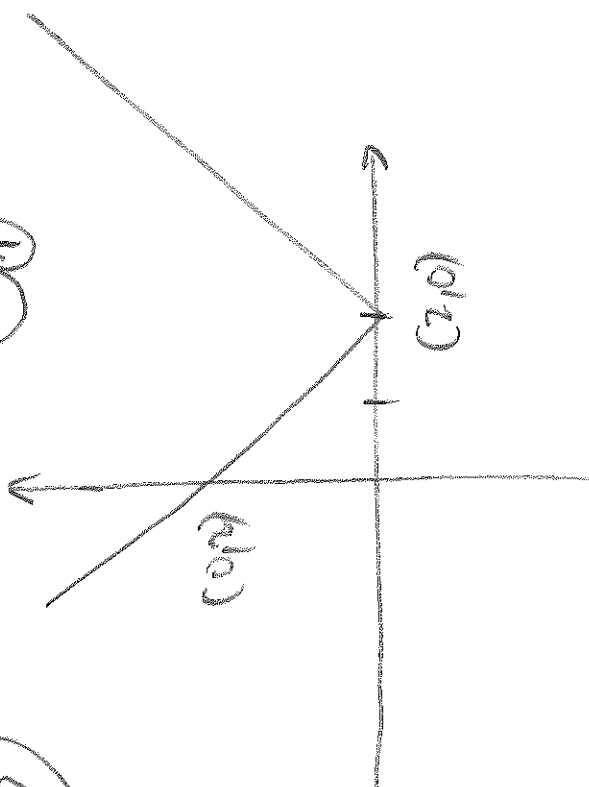
$$x = |y - (m-2)| = X$$



(2)

(1)

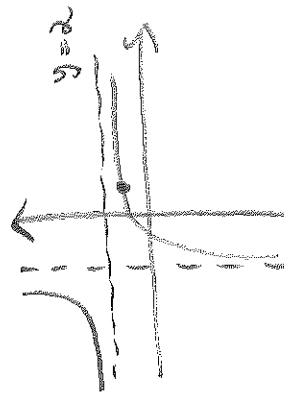
(5)



$$y = \frac{2|x-1|-3}{|x-1|-2}$$

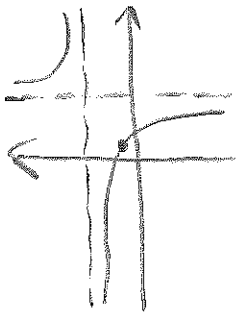
$x \leq 0$	$x > 0$
$y = \frac{-2x+2-3}{-x+1-2}$	$y = \frac{2x-2-3}{x-1-2}$
$y = \frac{-2x-1}{-x-1}$	$y = \frac{2x-5}{x-3}$

$$y = \frac{2x+1}{x+1}$$



$x = -1$

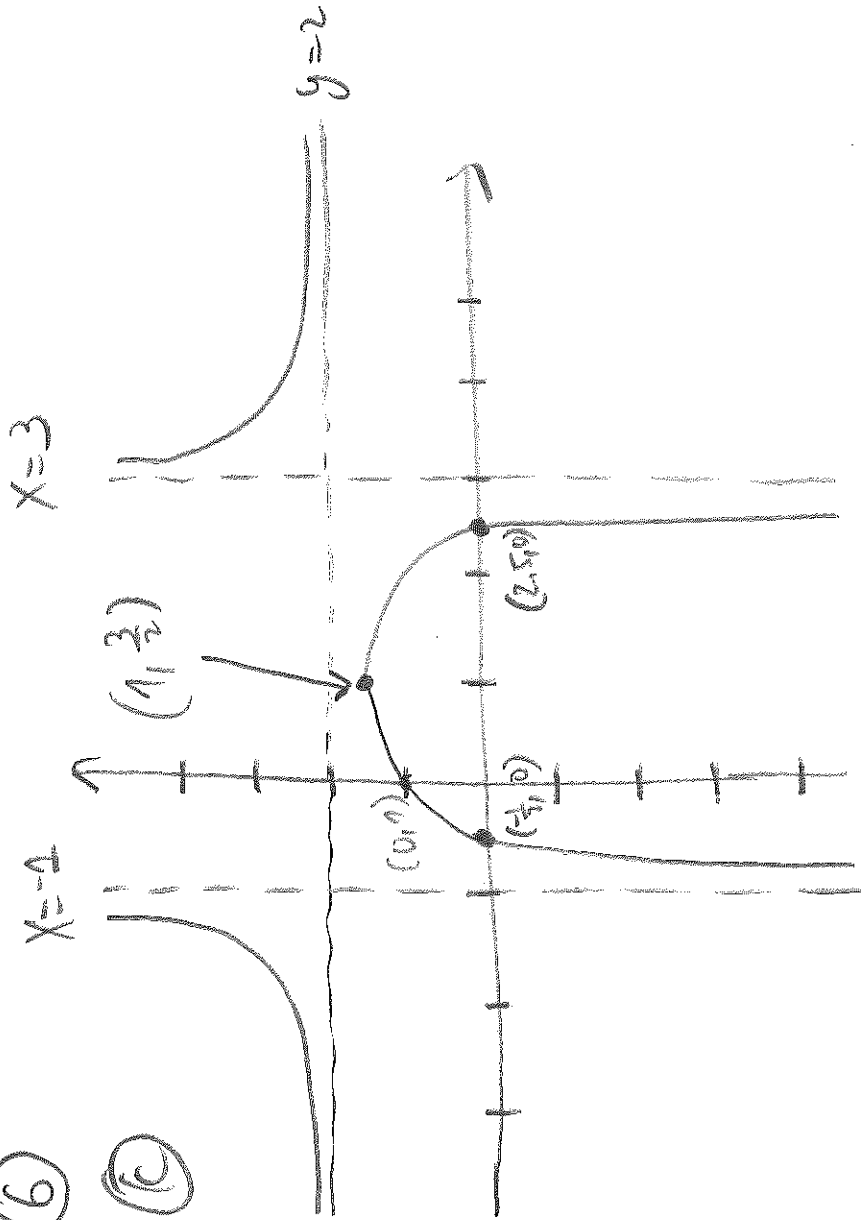
$(1, \frac{3}{2})$



$(1, \frac{3}{2})$

⑥

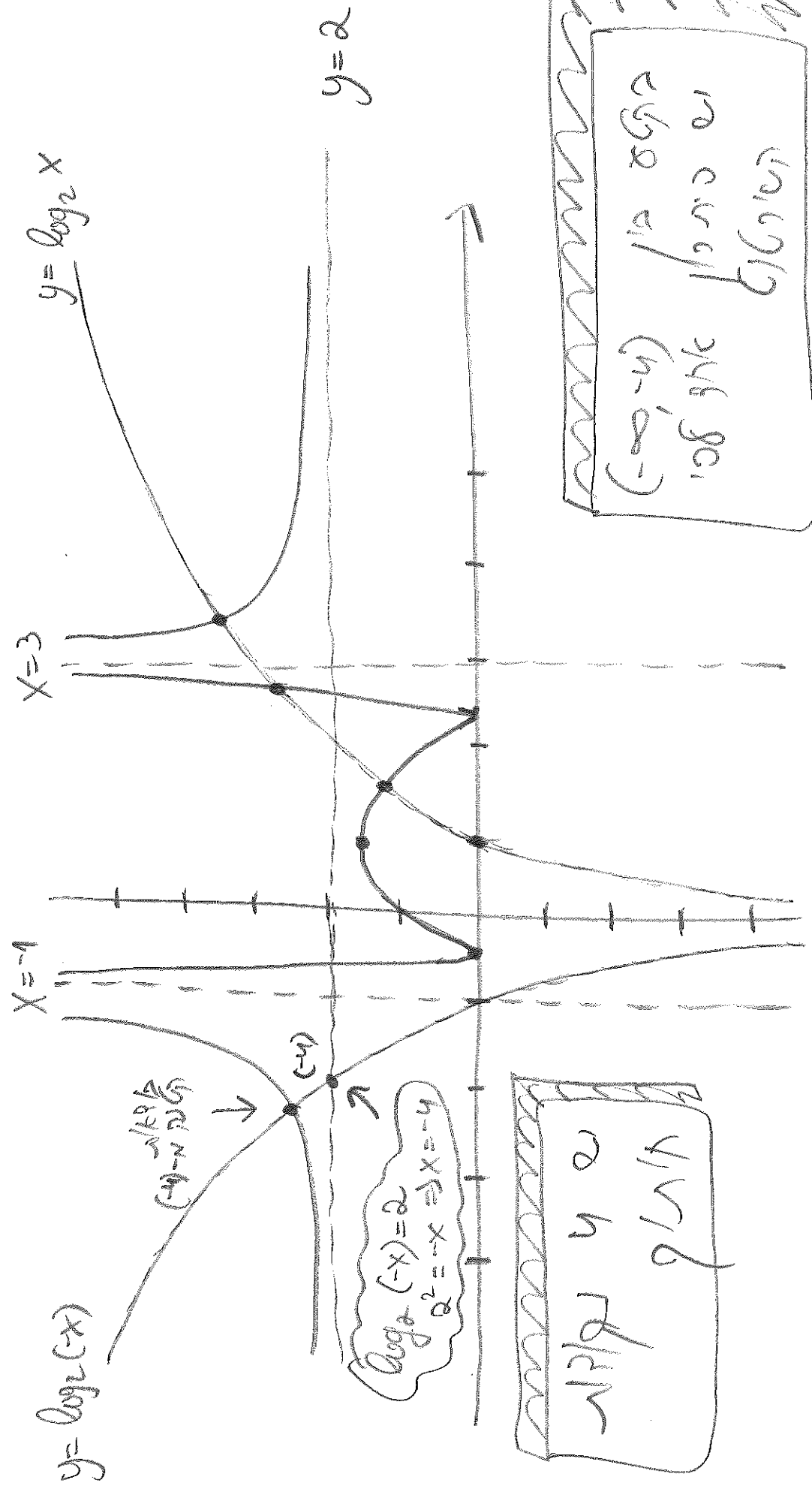
⑦



$x > 0 \quad y = \log_2 x$
 $x < 0 \quad y = \log_2 |x|$
 $x < 0 \quad y = \log_2 (-x)$

②

$$f = \frac{|2|x-1|-3|}{|x-1|-2}$$



⑦

$$\log_{|x-2|} (9^x - 4^x) \leq \log_{|x-2|} (3^{x+2^x}) + \log_{|x-2|} (3^{x-2} + 2^x)$$

$$\log_{|x-2|} |3^{2^x} - 2^{2^x}| \leq \log_{|x-2|} [(3^{x+2^x}) (3^{x-2} + 2^x)]$$

$$(x-2-1) [3^{2^x} - 2^{2^x} - (3^{x+2^x}) (3^{x-2} + 2^x)] \leq 0$$

$$(3^{x+2^x}) (x-2-1) (3^x - 2^x - \frac{3^x}{9} - 2^x) \leq 0$$

$$\frac{3^{x+2^x}}{3^{x+2^x}} (x-2-1) (\frac{8}{9} \cdot 3^x - 2 \cdot 2^x) \leq 0 \quad | : 2 \cdot 9$$

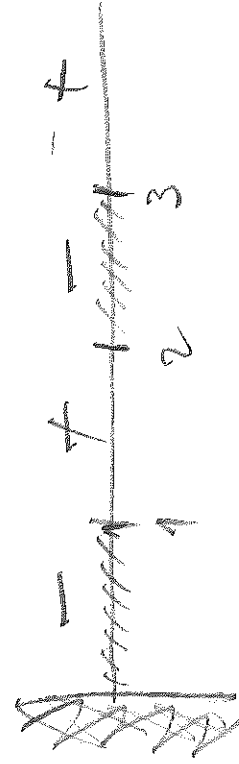
$$(x-2-1) (4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x) \leq 0$$

$$x-2=1$$

$$x=3$$

$$x-2=-1$$

$$x=1$$



$2 < x < 3$
 $1 < x < 2$

$$9^x - 4^x > 0$$

$$9^x > 4^x$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x > \left(\frac{9}{4}\right)^0$$

$$x > 0$$

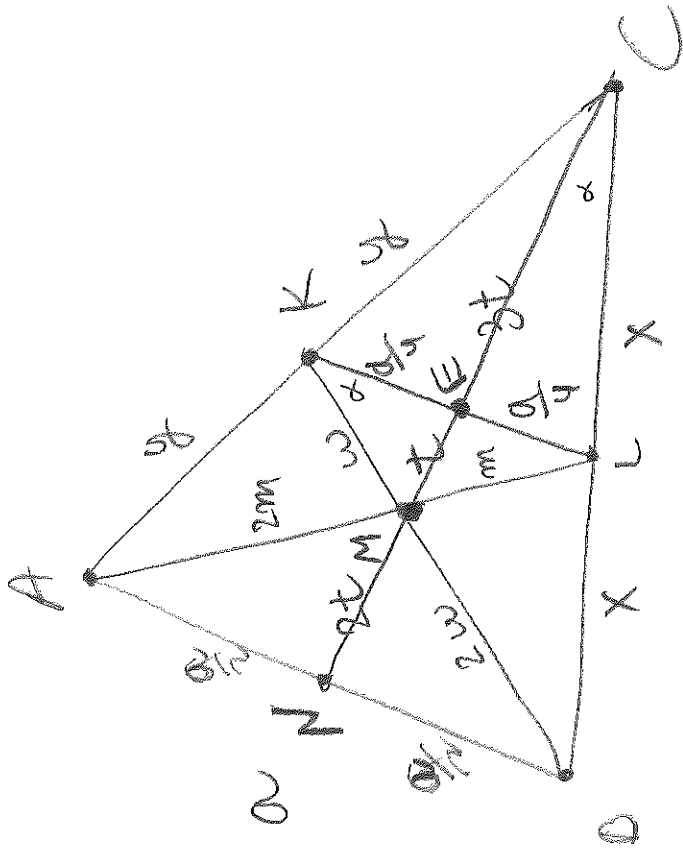


$$4 \cdot 3^x = 9 \cdot 2^x$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x=2$$

②



87000000 cm

$$\frac{a}{4} \cdot \frac{a}{4} = 3t \cdot t$$

$$\frac{a^2}{16} = 3t^2$$

$$\frac{a^2}{48} = t^2$$

$$\frac{a}{4\sqrt{3}} = t$$

$$CN = 6t = \frac{6a}{4\sqrt{3}} = \frac{3a}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$